

1 **数値計算の基礎と地球惑星科学への応用**

2

3 **II. プレートの冷却の数値シミュレーション**

4 プレートが海嶺で生まれ、徐々に冷やされて厚くなっていく様子をシミュレートしてみよう。プレートは熱伝導により冷却され、徐々に低温となる。その温度は、熱伝導方程式に従い変化する。熱伝導の式を解く際にフーリエ級数あるいは数値積分という方法を用い、温度の深さ分布が時間変化するのを計算する。

8

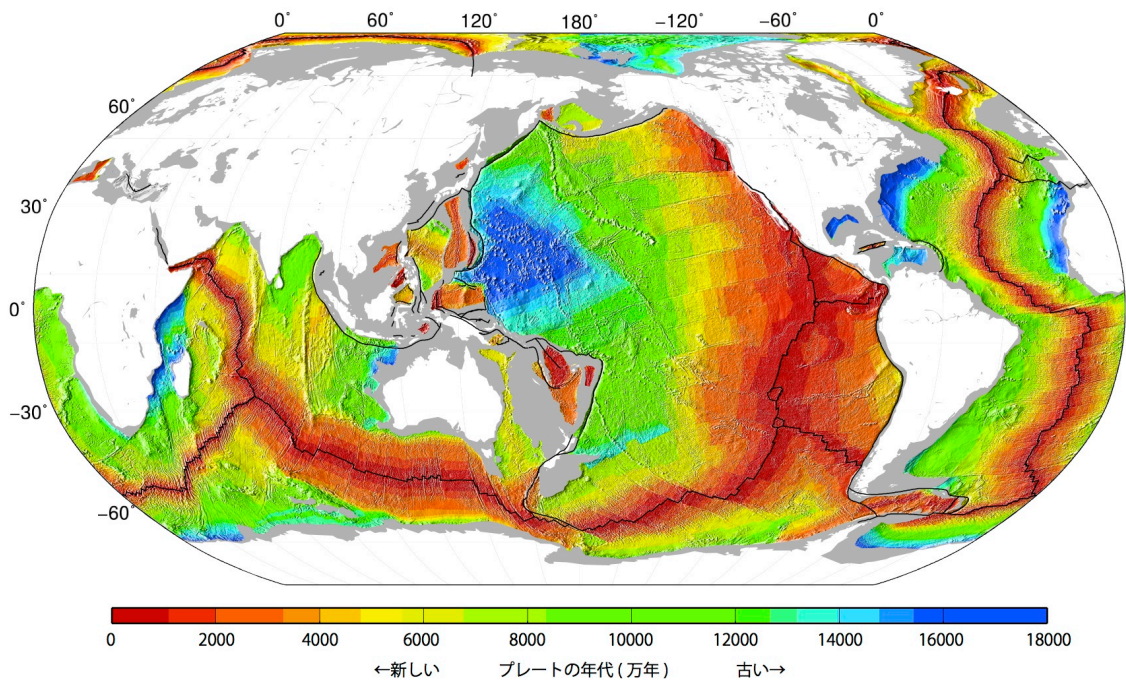
9 **6. プレート冷却のシミュレーション**

10

11 **6.1 プレートの熱的進化**

12 プレートは中央海嶺で生まれ、海溝でマントルの中へ沈み込む。熱いマントル物質が  
13 マントル深部から上昇して来て湧き出す場所が中央海嶺である。地表にぶつかり、水平  
14 に運動すると、表面から熱伝導により徐々に冷やされる。これによって、冷えた部分が  
15 熱くなり、冷たい岩石は変形しにくいので剛体の板のように振る舞う。これがプレートの  
16 熱的進化である。プレートの熱的モデルには、プレート冷却モデルと半無限体冷却モデルの2つがある。

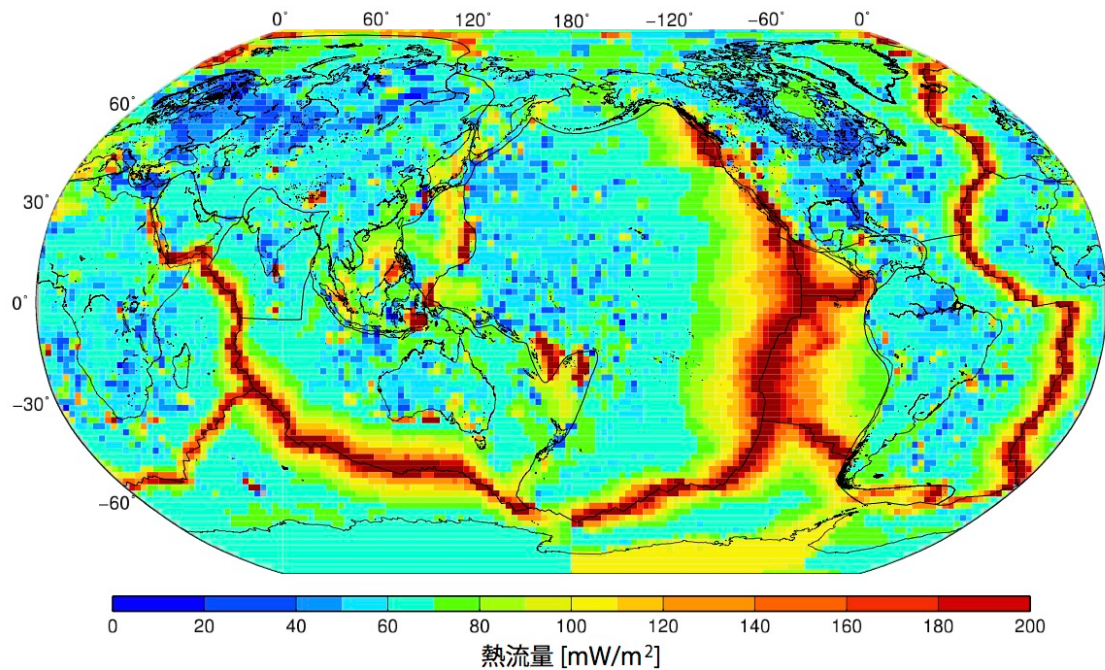
17



18

19 **図 6.1** プレートの年代

20



21

22 図 6.2 地殻熱流量の分布. データは Davies (2013)による.

23

## 24 6.2 プレート冷却モデル: 2つの温度を境界条件とする解

25 プレートの熱的進化は海嶺で上昇してきた熱い岩石が低温の地表から熱伝導により  
 26 冷却していく過程と考えることができる. プレートの温度は横方向の変化が小さく, 垂  
 27 直方向への1次元の熱伝導で表すことができる. そのため, 基礎となる式は, 熱伝導方  
 28 程式である. すなわち,

$$29 \quad \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \rho H \quad (6.1)$$

30 である. ここで,  $T$ は求める温度( $^{\circ}\text{C}$ )で, 深さ  $z$  [m]と時間  $t$  [s]の関数である.  $\rho$  は密度  
 31 [ $\text{kg m}^{-3}$ ],  $C_p$ は定圧比熱 [ $\text{J kg}^{-1}$ ],  $k$ は熱伝導率 [ $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ],  $H$ は単位質量の岩石中にあ  
 32 る放射性元素が出す熱発生率 [ $\text{W kg}^{-1}$ ]である. ただし, 放射性元素の発熱は, プレート  
 33 の年齢の1億年程度では無視できるので, ゼロとする. つまり,

$$34 \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (6.2)$$

35 である. ただし,  $\kappa$ は熱拡散率 [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ]で

$$\kappa = \frac{k}{\rho C_p} \quad (6.3)$$

36

37 である。この式を、

$$T = T_0 \quad z = 0[m] \quad (6.4)$$

38

$$T = T_M \quad z = L[m] \quad (6.5)$$

39

40 という境界条件で解く。初期条件は深さ 0 以外で一定

$$T(z, 0) = T_M \quad (6.6)$$

41

42 である。求める解はフーリエ級数を用いて

$$T = T_0 + (T_M - T_0) \left[ \frac{z}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin \left[ \frac{n\pi z}{L} \right] \exp \left[ -\frac{n^2 \pi^2 \kappa t}{L^2} \right] \right] \quad (6.7)$$

43

44 と表される(導き方は 6.4 節参照)。ここで、 $L$  はプレートの厚さである。[ ] のなかの第  
 45 1 項は時間が十分長く経ったときの解(定常解)であり、深さに温度が比例することを表  
 46 す。第 2 項のフーリエ級数で表される部分が初期条件からの時間変化を表している。こ  
 47 の項は、指数関数により時間とともに減衰し、その減衰は波長の短い( $n$  が大きい)成分  
 48 ほど急激である。これは、熱伝導方程式の右辺の 2 階微分の値は、波長が短いほど大き  
 49 いからである。

50 ところで、フーリエ級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin \left[ \frac{n\pi z}{L} \right] \quad (6.8)$$

51

52 は鋸歯型の波形

$$\frac{L-z}{L} \quad (6.9)$$

53

54 を表している。周期  $2L$  の奇関数である。[ ] 中の第 1 項  $z/L$  に足されることにより、初  
 55 期条件(4)を表している。また、指数関数の項は時間とともに鋸型の波形が減衰すること  
 56 を示している。この指数の中に  $n^2$  が付いていることは減衰定数が長さの 2 乗に反比例  
 57 することを表している。

58 (6.7) を  $z$  で微分すると、温度勾配

$$\frac{\partial T(z_i, t)}{\partial z} = \frac{T_M - T_0}{L} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[ -\frac{n^2 \pi^2 \kappa t}{L^2} \right] \cos \left[ \frac{n\pi z_i}{L} \right] \right\} \quad (6.10)$$

59

60 が得られる。これに、熱伝導率  $k$  を掛け、 $z=0$  とすると地殻熱流量

$$q = k \frac{T_M - T_0}{L} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[ -\frac{n^2 \pi^2 \kappa t}{L^2} \right] \right\} \quad (6.11)$$

61

62 となる.

63 ここで、長さ  $L$  をプレートの厚さにとると、プレート冷却モデル (Plate cooling  
64 model)となる. このモデルはリソフェアの底が重力不安定やプルームなどの作用に  
65 よってある一定以上の厚さに成長しないと考えるモデルである. 観測された水深が  
66 80Ma 以上のプレートにおいて、水深はほぼ一定となっているように見えることを説明  
67 するためのモデルとして考えられた. 現在、これは、観測点の不足によるデータの不備  
68 や、マントルプルームの影響による海膨などが原因と考えられるようになってきている.  
69  $L$ をプレートの厚さよりも十分長くとれば、その温度は半無限体冷却モデルに一致する.  
70 このとき、プレートの熱的な厚さ  $\delta$ は

$$q = k \frac{T_M - T_0}{\delta} \quad (6.12)$$

71

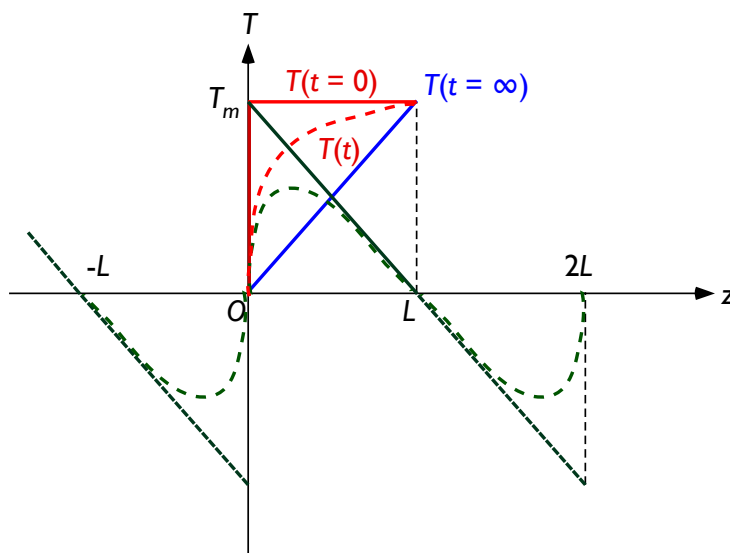
72 より、

$$\delta = \frac{L}{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp \left[ -\frac{n^2 \pi^2 \kappa t}{L^2} \right]} \quad (6.13)$$

73

74 と求められる.

75



76

77 図 6.3 プレート冷却モデルの解の構造.

## 78 6.3 半無限体冷却モデル

79 半無限体モデル(half-space cooling model)はマンツルの厚さ  $L$  を無限大に取った極  
 80 限である。このモデルでは、温度  $T_M$  を持つ熱い物質が、温度  $T_0$  の冷たい上部から冷や  
 81 されていく過程を考えるのは同じである。初期状態の温度がすべての領域で  $T_M$  であり、  
 82 境界条件は無限大で  $T_M$ 、地表で  $T_0$  である。このとき、熱伝導方程式の解は、

$$83 \quad T(z,t) = T_0 + (T_M - T_0) \operatorname{erf} \left[ \frac{z}{2\sqrt{\kappa t}} \right] \quad (6.14)$$

84 と求められる。ここで、 $\operatorname{erf}$  は誤差関数

$$85 \quad \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp[-\zeta^2] d\zeta \quad (6.15)$$

86 である。誤差関数の積分は解析的に解くことができないので、数値的に求めなければな  
 87 らない。熱流量は

$$88 \quad q = k \frac{\partial T(0,t)}{\partial z} = k \frac{T_M - T_0}{\sqrt{\pi \kappa t}} \quad (6.16)$$

89 であり、プレート厚さは

$$90 \quad \delta = \sqrt{\pi \kappa t} \quad (6.17)$$

91 と求められる。

92 時間が経つと深部まで冷却されて、温度の低い部分、すなわちプレートは厚くなる。  
 93 このモデルは、マンツルはプレートよりも十分厚いと考えて、無限遠に境界が取られて  
 94 いる。このため、時間が経つとプレートは際限なく厚くなる。プレートテクトニクスが  
 95 誕生するよりもずっと昔、William Thomson (Lord Kelvin) は半無限体冷却モデルを地  
 96 球の冷却に適用し、地球の年代を推定した。このモデルは誤りであったが、物理的手法  
 97 から地球の年代を求めようとする初めての試みであった。

98

99 \*2 解く式は時間に1階、空間に2階の微分方程式なので、解くために時間に対して1  
 100 つ、空間に対して2つの条件が必要である。ここでは、時間  $t=0$  と空間  $z=0$  と  $\infty$  に条件  
 101 を与える。時間  $t=0$  の時に与える条件を初期条件と呼ぶ。また、空間の端や境界に与え  
 102 る条件を境界条件とよぶ。初期条件として熱いマンツル

$$103 \quad T(z,t=0) = T_M \quad (6.18)$$

104 と仮定する。境界条件は

105 
$$T(z=0,t) = T_0 \quad (6.19)$$

106 
$$T(z=\infty,t) = T_M \quad (6.20)$$

107 とする.

108

#### 109 6.4 熱伝導方程式のフーリエ級数解の導出

110 ここでは、プレートモデルにおける熱伝導方程式の解を求める。解の表現にフーリエ級  
111 数を利用する。

112 プレートモデルの解は、時間が十分長く経ったときは定常解に収束することから、定  
113 常解+時間依存解という形になっているはずである。定常解は両端の温度を固定した 1  
114 次元の熱伝導であることから、深さに比例する解

115 
$$T_\infty = T(z,t=\infty) = T_0 + (T_M - T_0) \frac{z}{L} \quad (6.21)$$

116 である。時間依存解を  $T_1$  とすると、

117 
$$T_1 = (T_M - T_0) T_1'(z,t) \quad (6.22)$$

118 と書くことにする。ここで、 $T_1$  も熱伝導方程式の解でなければならない。 $T_1$  に対する  
119 境界条件は

120 
$$T_1'(z=0,t) = 0 \quad (6.23)$$

121 
$$T_1'(z=L,t) = 0 \quad (6.24)$$

122 であり、初期条件は

123 
$$T_1'(z,0) = \frac{L-z}{L} \quad (6.25)$$

124 である。また、時間が無限に経った時には 0 に収束する。今、 $T_1$  が

125 
$$T_1'(z,t) = T_z(z) T_t(t) \quad (6.26)$$

126 というように深さ  $z$  のみの関数と時間  $t$  のみの関数の積で表せるとする。この式を熱伝  
127 導方程式(1.2)へ代入すると、

$$128 \quad \frac{1}{\kappa} \frac{1}{T_i} \frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{1}{T_z} \frac{\partial^2 T_z}{\partial z^2} \quad (6.27)$$

129 となる.  $t$  と  $z$  がそれぞれ任意の値を取っても両辺が等しいためには, 両辺は定数でな  
130 くてはならない. ところで, 境界条件から,  $T_z$  は境界において 0 になる. 同時に, すべ  
131 ての点において 0 にならないような解(自明でない解)を持つ条件から,  $T_z$  は振動的な関  
132 数でなければならない. このため, 定数は負の値となる. これを  $-p^2$  で表すと,

$$133 \quad \frac{d^2 T_z}{dz^2} = -p^2 T_z \quad (6.28)$$

$$134 \quad \frac{1}{\kappa} \frac{dT_i}{dt} = -p^2 T_i \quad (6.29)$$

135 という 2 つの常微分方程式となる. (6.28) の解はフーリエ級数,

$$136 \quad T_z = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos p_n z + B_n \sin p_n z \quad (6.30)$$

137 である. 境界条件(6.23) (6.24) から, (6.30) は正弦級数でなければならない. つまり,

$$138 \quad A_n = 0 \quad (6.31)$$

139 である. 初期条件(12)から, 鋸歯型の波のフーリエ級数(周期  $2L$ )となっていないなくてはな  
140 らないことが分かる. よって,

$$141 \quad T_z = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin \left[ \frac{n\pi z}{L} \right] \quad (6.32)$$

142 となる. ただし,

$$143 \quad p_n = \frac{n\pi}{L} \quad (6.32)$$

144 である. 一方, (6.29) の解は

$$145 \quad T_i = C_n \exp[-p_n^2 \kappa t] \quad (6.32))$$

146 である. この式は時間が十分に経つと 0 に収束する. また, 初期条件から,

$$147 \quad C_n = 1 \quad (6.33)$$

148 でなければならない. よって求める温度は, フーリエ級数を用いて

$$149 \quad T = T_0 + (T_M - T_0) \left[ \frac{z}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin \left[ \frac{n\pi z}{L} \right] \exp \left[ -\frac{n^2 \pi^2 \kappa t}{L^2} \right] \right] \quad (6.34)$$

150 と表される.

151

## 152 7. Excel を用いてプレートの温度を計算する

153

## 154 7.1 深さで離散化した温度の式

155 フーリエ級数の計算で、周期関数  $f(t)$  は時間の周期関数だったが、ここでは深さ  $z$  の関  
 156 数である。このため、Excel で計算するときには、温度の式を深さ  $z$  に対して離散化  
 157 する。つまり、

$$\begin{aligned}
 158 \quad T(z_i, t) = & T_0 + (T_M - T_0) \frac{z_i}{L} \\
 & + (T_M - T_0) \sum_{n=1}^N \frac{2}{n\pi} \exp\left[-\frac{n^2 \pi^2 \kappa t}{L^2}\right] \sin\left[\frac{n\pi z_i}{L}\right]
 \end{aligned}
 \tag{7.1}$$

160 とする。

161

## 162 2.1 Excel シート作成の方法

163 Excel の 1 枚のシート上では時間  $t$  をパラメータとして与え、その時間に対する深さ  $z$   
 164 に対して温度分布が求められるようにする。こうすると、時間の値を変えるだけで異なる  
 165 時間の温度が自動的に求められるシートができ上がる。セルの取り方は、フーリエ級  
 166 数のときと同様、深さ  $z$  は縦方向に変化し、フーリエ級数の次数  $n$  の変化は横方向に  
 167 変化するようにする。

168

## 169 (1) パラメータ表の作成

170 パラメータには熱伝導率などの物理パラメータ、時間、格子点数などの情報が含まれ  
 171 る。物理量の単位は SI 単位系で揃えるように注意する。

	A	B	C	D
1	Parameters			
2				
3	Density	$\rho$ [kg]	3300	
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200	
5	Thermal diffusivity	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06	
6	Thermal conductivity	$k$ [W/m/K]	=C3*C4*C5	
7	Surface Temperature	$T_0$ [°C]		

172



173

	A	B	C	D
1	Parameters			
2				
3	Density	$\rho$ [kg]	3300	
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200	
5	Thermal diffusivity	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06	
6	Thermal conductivity	$k$ [W/m/K]	3.96E+00	
7	Surface Temperature	$T_0$ [° C]	0	
8	Mantle temperature	$T_M$ [° C]	1300	
9	Plate age	$t_p$ [Ma]	10	
10	Seconds of 1 year	$S_y$ [sec]	31556925.13	
11	Plate age	$t_p$ [sec]	=C9*1.0e6*C10	
12	Depth of mantle	$L$ [km]		

174

	A	B	C	D
1	Parameters			
2				
3	Density	$\rho$ [kg]	3300	
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200	
5	Thermal diffusivity	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06	
6	Thermal conductivity	$k$ [W/m/K]	3.96E+00	
7	Surface Temperature	$T_0$ [° C]	0	
8	Mantle temperature	$T_M$ [° C]	1300	
9	Plate age	$t_p$ [Ma]	10	
10	Seconds of 1 year	$S_y$ [sec]	31556925.13	
11	Plate age	$t_p$ [sec]	3.15569E+14	
12	Depth of mantle	$L$ [km]	500	
13	Depth of mantle	$L$ [m]	500000	
14	Number of z-grid	$n_z$	250	
15	Interval of z-grid	$\Delta z$ [m]	=C13/C14	
16		$\pi$		

175

176

177 (2)  $z$  方向の格子点の番号  $i$  のコラムを作る.

178

	A	B	C	D	E	F	G
1	Parameters						
2							
3	Density	$\rho$ [kg]	3300				
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200				
5	Thermal diffusivity	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06				
6	Thermal conductivity	$k$ [W/m/K]	3.96E+00			z-grid number	
7	Surface Temperature	$T_0$ [° C]	0			0	
8	Mantle temperature	$T_M$ [° C]	1300			1	
9	Plate age	$t_p$ [Ma]	10				
10	Seconds of 1 year	$S_y$ [sec]	31556925.13				
11	Plate age	$t_p$ [sec]	3.15569E+14				
12	Depth of mantle	$L$ [km]	500				
13	Depth of mantle	$L$ [m]	500000				
14	Number of z-grid	$n_z$	250				
15	Interval of z-grid	$\Delta z$ [m]	2000				
16		$\pi$	3.141592654				
17							

- 179 (3) フーリエ級数のときと同じく 0,1 と入力したセルを選択し、カーソルを右下の■に  
 180 当てる。プラスになったらドラッグして  $i=100$  までセルを作る。つまり上の 200  
 181 km だけ計算するのである。

	A	B	C	D	E	F	G
1	Parameters						
2							
3	Density	$\rho$ [kg]	3300				
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200				
5	Thermal diffusivity	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06				
6	Thermal conductivity	$k$ [W/m/K]	3.96E+00				
7	Surface Temperature	$T_0$ [° C]	0			z-grid number	0
8	Mantle temperature	$T_M$ [° C]	1300				1
9	Plate age	$t_p$ [Ma]	10				2
10	Seconds of 1 year	$S_y$ [sec]	31556925.13				3
11	Plate age	$t_p$ [sec]	3.15569E+14				4
12	Depth of mantle	$L$ [km]	500				5
13	Depth of mantle	$L$ [m]	500000				6
14	Number of z-grid	$n_z$	250				7
15	Interval of z-grid	$\Delta z$ [m]	2000				8
16		$\pi$	3.141592654				9
17							10
18							11
19							12
20							13
21							14
22							15

182  
 183

- 184 (4) 格子点の座標  $z_i$  を計算するためのコラムを作り、計算式  
 185 を入力する。

	B	C	D	E	F	G	H
	$\rho$ [kg]	3300					
	$C_p$ [J/kg]	1200					
	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06					
	$k$ [W/m/K]	3.96E+00					
	$T_0$ [° C]	0			z-grid number	$z_i$ (m)	
	$T_M$ [° C]	1300				0	$=\$C\$15*\$F7$
	$t_p$ [Ma]	10				1	
	$S_y$ [sec]	31556925.13				2	
	$t_p$ [sec]	3.15569E+14				3	
	$L$ [km]	500				4	
	$L$ [m]	500000				5	
	$n_z$	250				6	
	$\Delta z$ [m]	2000				7	
	$\pi$	3.141592654				8	
						9	

186  
 187  
 188

189 (5) セルをコピーする.

E	F	G	H
	z-grid number	z_i (m)	
		0	0
		1	
		2	

190

191

192 (6) 列にペーストする.

$f_x$  |  $=\$C\$15*\$F8$

	B	C	D	E	F	G	H
	$\rho$ [kg]	3300					
	$C_p$ [J/kg]	1200					
	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06					
	$k$ [W/m/K]	3.96E+00					
	$T_0$ [° C]	0			z-grid number	z_i (m)	
	$T_M$ [° C]	1300				0	0
	$t_p$ [Ma]	10				1	2000
	$S_y$ [sec]	31556925.13				2	4000
	$t_p$ [sec]	3.15569E+14				3	6000
	$L$ [km]	500				4	8000
	$L$ [m]	500000				5	10000
	$n_z$	250				6	12000
	$\Delta z$ [m]	2000				7	14000
	$\pi$	3.141592654				8	16000
						9	18000
						10	20000
						11	22000
						12	24000
						13	26000
						14	28000
						15	30000

193

194

195 (7) 後でグラフを作りやすいように座標値を km 単位とした列を作る.

E	F	G	H	I
	z-grid number	z_i (m)		
		0	0	$=\$G7/1000$
		1	2000	

196

197 (8) 温度の解が入る列を作っておく。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Parameters									
2										
3	Density	$\rho$ [kg]	3300							
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200							
5	Thermal diffusivity	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06							
6	Thermal conductivity	$k$ [W/m/K]	3.96E+00			z-grid number	z_i [m]	z_i [km]	Solution	
7	Surface Temperature	$T_0$ [° C]	0			0	0	0		
8	Mantle temperature	$T_M$ [° C]	1300			1	2000	2		
9	Plate age	$t_p$ [Ma]	10			2	4000	4		
10	Seconds of 1 year	$S_y$ [sec]	31556925.13			3	6000	6		
11	Plate age	$t_p$ [sec]	3.15569E+14			4	8000	8		
12	Depth of mantle	$L$ [km]	500			5	10000	10		
13	Depth of mantle	$L$ [m]	500000			6	12000	12		
14	Number of z-grid	$n_z$	250			7	14000	14		
15	Interval of z-grid	$\Delta z$ [m]	2000			8	16000	16		
16		$\pi$	3.141592654			9	18000	18		
17						10	20000	20		

198

199

200 (9) 式(7.1)の1行目の定常解の項を計算する列を作り、計算式を入力する。

✓  $f_x = (\$C\$8 - \$C\$7) * \$G7 / \$C\$13$

C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
								Order	1
								Fourier Coef.	
3300								Decay rate	
1200								Coefficient	
1.00E-06								$\Delta T * \text{Coeff}$	
3.96E+00			z-grid number	z_i [m]	z_i [km]	Solution		$T(z_i, t = \infty)$	
0			0	0	0			$= (\$C\$8 - \$C\$7) * \$G7 / \$C\$13$	
1300			1	2000	2				
10			2	4000	4				
31556925.13			3	6000	6				
3.15569E+14			4	8000	8				
500			5	10000	10				
500000			6	12000	12				

201

202

F	G	H	I	J	K	L
					Order	1
					Fourier Coef.	
					Decay rate	
					Coefficient	
					$\Delta T \cdot \text{Coeff}$	
z-grid number	z_i [m]	z_i [km]	Solution		T(z_i, t = $\infty$ )	
0	0	0			0	
1	2000	2			5.2	
2	4000	4			10.4	
3	6000	6			15.6	
4	8000	8			20.8	
5	10000	10			26	
6	12000	12			31.2	
7	14000	14			36.4	
8	16000	16			41.6	
9	18000	18			46.8	
10	20000	20			52	
11	22000	22			57.2	
12	24000	24			62.4	
13	26000	26			67.6	
14	28000	28			72.8	
15	30000	30			78	
16	32000	32			83.2	

203

204

205 下の方はこのようになっている。

F	G	H	I	J	K	L
84	168000	168			436.8	
85	170000	170			442	
86	172000	172			447.2	
87	174000	174			452.4	
88	176000	176			457.6	
89	178000	178			462.8	
90	180000	180			468	
91	182000	182			473.2	
92	184000	184			478.4	
93	186000	186			483.6	
94	188000	188			488.8	
95	190000	190			494	
96	192000	192			499.2	
97	194000	194			504.4	
98	196000	196			509.6	
99	198000	198			514.8	
100	200000	200			520	

206

207 (10) フーリエ級数が入った項を計算するための注釈セルを作る。

E	F	G	H	I	J	K	L
						Order	
						Fourier Coef.	
						Decay rate	
						Coefficient	
						$\Delta T \cdot \text{Coeff}$	
		z-grid number	z_i [m]	z_i [km]	Solution		
		0	0	0			
		1	2000	2			

208

209

210 (11) フーリエ級数の次数(order)の行を作る。

J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
	Order	1	2	3	4	5	6	7	8
	Fourier Coef.								
	Decay rate								
	Coefficient								
	$\Delta T \cdot \text{Coeff}$								

211

212

213 (12) 鋸波のフーリエ係数を計算する。

=2/(L\$1*\$C\$16)											
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
									Order	1	
									Fourier Coef.	=2/(L\$1*\$C\$16)	
$\rho$ [kg]	3300								Decay rate		
C_p [J/kg]	1200								Coefficient		
$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06								$\Delta T \cdot \text{Coeff}$		
k [W/m/K]	3.96E+00			z-grid number	z_i [m]	z_i [km]	Solution				
T_0 [° C]	0			0	0	0					
T_M [° C]	1300			1	2000	2					
t_p [Ma]	10			2	4000	4					
S_y [sec]	31556925.13			3	6000	6					
t_p [sec]	3.15569E+14			4	8000	8					
L [km]	500			5	10000	10					
L [m]	500000			6	12000	12					
n_z	250			7	14000	14					
$\Delta z$ [m]	2000			8	16000	16					
$\pi$	3.141592654			9	18000	18					
				10	20000	20					

214

215

216 (13) 減衰係数, つまり式(7.1)の指数関数の部分を計算する。

fx =EXP(-L\$1*L\$1*\$C\$16*\$C\$5*\$C\$11/(C\$13*\$C\$13))												
C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
								Order	1	2	3	4
								Fourier Coef.	0.636619772			
3300								Decay rate	=EXP(-L\$1*L\$1*\$C\$16*\$C\$5*\$C\$11/(C\$13*\$C\$13))			
1200								Coefficient				
1.00E-06								$\Delta T \cdot \text{Coeff}$		EXP(数値)		
3.96E+00				z-grid number	z_i [m]	z_i [km]	Solution					
0				0	0	0						
1300				1	2000	2						
10				2	4000	4						
31556925.13				3	6000	6						
3.15569E+14				4	8000	8						
500				5	10000	10						
500000				6	12000	12						
250				7	14000	14						
2000				8	16000	16						
3.141592654				9	18000	18						

217

J	K	L	M	N	O
	Order	1	2	3	4
	Fourier Coef.	0.636619772			
	Decay rate	=EXP(-L\$1*L\$1*\$C\$16*\$C\$16*\$C\$5*\$C\$11/(\$C\$13*\$C\$13))			
	Coefficient				
	$\Delta T \cdot \text{Coeff}$			EXP(数値)	

218

219

220 (14) フーリエ係数×減衰係数を計算する.

J	K	L	M
	Order	1	2
	Fourier Coef.	0.636619772	
	Decay rate	0.987619107	
	Coefficient	=L\$2*L\$3	
	$\Delta T \cdot \text{Coeff}$		

221

222

223 (15) 温度差を掛けて式(7.1)の  $\Sigma$  の中にある係数を完成させる.

fx = (\$C\$8-\$C\$7)\*L\$4

C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
								Order	1	2
								Fourier Coef.	0.636619772	
								Decay rate	0.987619107	
								Coefficient	0.628737851	
								$\Delta T \cdot \text{Coeff}$	=(\$C\$8-\$C\$7)*L\$4	
3300										
1200										
1.00E-06										
3.96E+00										
			z-grid number	z_i [m]	z_j [km]	Solution				
0			0	0	0					
1300			1	2000	2					
10			2	4000	4					

224

225

226 (16) コピー・ペーストで高次の係数のセルを計算する.

J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
	Order	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Fourier Coef.	0.636619772	0.318309886	0.212206591	0.159154943	0.127323954	0.106103295	0.090945682	0.079577472	0.07073553	0.063661977	0.057874525	0.053051648
	Decay rate	0.987619107	0.95138858	0.893933785	0.819278835	0.73238103	0.638588959	0.543106112	0.450533348	0.364542495	0.287705622	0.221476423	0.166297462
	Coefficient	0.628737851	0.302836391	0.189698641	0.130392276	0.093249649	0.067756393	0.049393156	0.035852305	0.025786107	0.018315909	0.012817843	0.008822354
	$\Delta T \cdot \text{Coeff}$	817.3592065	393.6873077	246.6082333	169.5099593	121.2245437	88.0833108	64.21110235	46.6079961	33.52193871	23.81068136	16.66319556	11.46906067
	$T(z_i, t = \infty)$												

227

228

229

230 (17) 係数と sin を掛けた項を計算する.

fx =  $=L5 * SIN(L51 * SC516 * SG7 / SC513)$

C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
								Order	1	2	3
								Fourier Coef.	0.636619772		
3300								Decay rate	0.987619107		
1200								Coefficient	0.628737851		
1.00E-06								ΔT*Coeff	817.3592065		
3.96E+00								T(z <sub>i,t=∞</sub> )			
0			z-grid number	z <sub>i</sub> [m]	z <sub>i</sub> [km]	Solution					
1300			0	0	0	0			$=L5 * SIN(L51 * SC516 * SG7 / SC513)$		
10			1	2000	2	5.2					
31556925.13			2	4000	4	10.4					
3.15569E+14			3	6000	6	15.6					
500			4	8000	8	20.8					
500000			5	10000	10	26					
250			6	12000	12	31.2					
2000			7	14000	14	36.4					
3.141592654			8	16000	16	41.6					
			9	18000	18	46.8					

231

232

233 (18) コピー・ペーストで高次の項まで計算する。このとき、係数が小さくなる項まで  
234 計算する必要はない。だいたい 10<sup>6</sup> 位を目安にして良い。

J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
	Order	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Fourier Coef.	0.636619772	0.318309886	0.212206591	0.159154943	0.127323954	0.106103295	0.090945682	0.079577472	0.07073553	0.063661977	0.057874525	0.053051648
	Decay rate	0.987619107	0.95138858	0.893933785	0.819278835	0.73238103	0.638588959	0.543106112	0.450533348	0.364542495	0.287705622	0.221476423	0.166297462
	Coefficient	0.628737851	0.302836391	0.189698641	0.130392276	0.093249649	0.067756393	0.049393156	0.035852305	0.025786107	0.018315909	0.012817843	0.008822354
	ΔT*Coeff	817.3592065	393.6873077	246.6082333	169.5099593	121.2245437	88.0831108	64.21110235	46.6079961	33.52193871	23.06186136	16.66319556	11.46906067
	T(z <sub>i,t=∞</sub> )	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5.2	10.27096839	9.893399617	9.29470936	8.51691233	7.611752076	6.635034423	5.641022173	4.677658415	3.783164816	2.984269688	2.296026559	1.722946396	
10.4	20.54031487	19.78055035	18.57621043	17.0123102	15.19346404	13.23236726	11.23842355	9.308081993	7.517990702	5.92147566	4.548251479	3.406787922	
15.6	30.8064178	29.65520726	27.83131369	25.4647335	22.71521435	19.75451114	16.74892066	13.84451288	11.15675637	8.765296424	6.713708729	5.013307249	
20.8	41.06765604	39.51113331	37.04686713	33.85283067	30.14731808	26.16440595	22.12990201	18.24114234	14.65296794	11.47088323	8.75108756	6.506041996	
26	51.32240922	49.34210328	46.20977494	42.15541265	37.46044413	32.42562939	27.33975767	22.45357336	17.96195298	13.99556735	10.62152059	7.851112292	
31.2	61.56905799	59.14190772	55.30701613	50.35150641	44.62573091	38.50260393	32.33820094	26.43926897	21.04143134	16.29953301	12.2893253	9.017989735	
36.4	71.8059843	68.90435687	64.32566303	58.42040788	51.61490032	44.36079899	37.08657997	30.15798173	23.85205536	18.34644531	13.72268472	9.98019028	
41.6	82.03157161	78.62328454	73.25289964	66.34173434	58.4003693	49.96692715	41.54817657	33.57216022	26.35791263	20.1040232	14.89425445	10.71587533	
46.8	92.24420519	88.29255207	82.07603987	74.09547582	64.9553587	55.28913326	45.68849019	36.64732818	28.52698486	21.54454863	15.7818427	11.2083474	
52	102.4422723	97.90605212	90.78254556	81.66204569	71.25399898	60.29717549	49.47550469	39.35243266	30.33155699	22.64530366	16.36804455	11.4464291	
57.2	112.6241627	107.4577126	99.36004428	89.02233015	77.27143228	64.96259713	52.87935991	41.66015761	31.74857133	23.38892873	16.64214922	11.4247168	
62.4	122.7882683	116.9415005	107.7963469	96.15773648	82.98391053	69.25888835	55.87545813	43.54719971	32.75992214	23.76369642	16.59876913	11.1437033	
67.6	132.9329844	126.3514257	116.0794651	103.05024	88.3688892	73.16163674	58.43890763	44.99450366	33.35268701	23.76369642	16.23873186	10.60976661	
72.8	143.0567086	135.6815445	124.197628	109.6824297	93.40511624	76.64866611	60.55046181	45.98745464	33.51929196	23.38892873	15.56890588	9.835025249	

235

236

237 (19) 定常解の項の列から、最大次数のフーリエ級数項まで総和を取り温度を計算す  
238 る。

F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
					Order	1	2	3	4	5	6	7	8
					Fourier Coef.	0.636619772	0.318309886	0.212206591	0.159154943	0.127323954	0.106103295	0.090945682	0.079577472
					Decay rate	0.987619107	0.95138858	0.893933785	0.819278835	0.73238103	0.638588959	0.543106112	0.450533348
					Coefficient	0.628737851	0.302836391	0.189698641	0.130392276	0.093249649	0.067756393	0.049393156	0.035852305
					ΔT*Coeff	817.3592065	393.6873077	246.6082333	169.5099593	121.2245437	88.0831108	64.21110235	46.6079961
z-grid number	z <sub>i</sub> [m]	z <sub>i</sub> [km]	Solution		T(z <sub>i,t=∞</sub> )								
0	0	0	0	$=SUM(K7:AM7)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	2000	2	5.2	10.27096839	9.893399617	9.29470936	8.51691233	7.611752076	6.635034423	5.641022173	4.677658415		
2	4000	4	10.4	20.54031487	19.78055035	18.57621043	17.0123102	15.19346404	13.23236726	11.23842355	9.308081993		
3	6000	6	15.6	30.8064178	29.65520726	27.83131369	25.4647335	22.71521435	19.75451114	16.74892066	13.84451288		
4	8000	8	20.8	41.06765604	39.51113331	37.04686713	33.85283067	30.14731808	26.16440595	22.12990201	18.24114234		
5	10000	10	26	51.32240922	49.34210328	46.20977494	42.15541265	37.46044413	32.42562939	27.33975767	22.45357336		
6	12000	12	31.2	61.56905799	59.14190772	55.30701613	50.35150641	44.62573091	38.50260393	32.33820094	26.43926897		
7	14000	14	36.4	71.8059843	68.90435687	64.32566303	58.42040788	51.61490032	44.36079899	37.08657997	30.15798173		

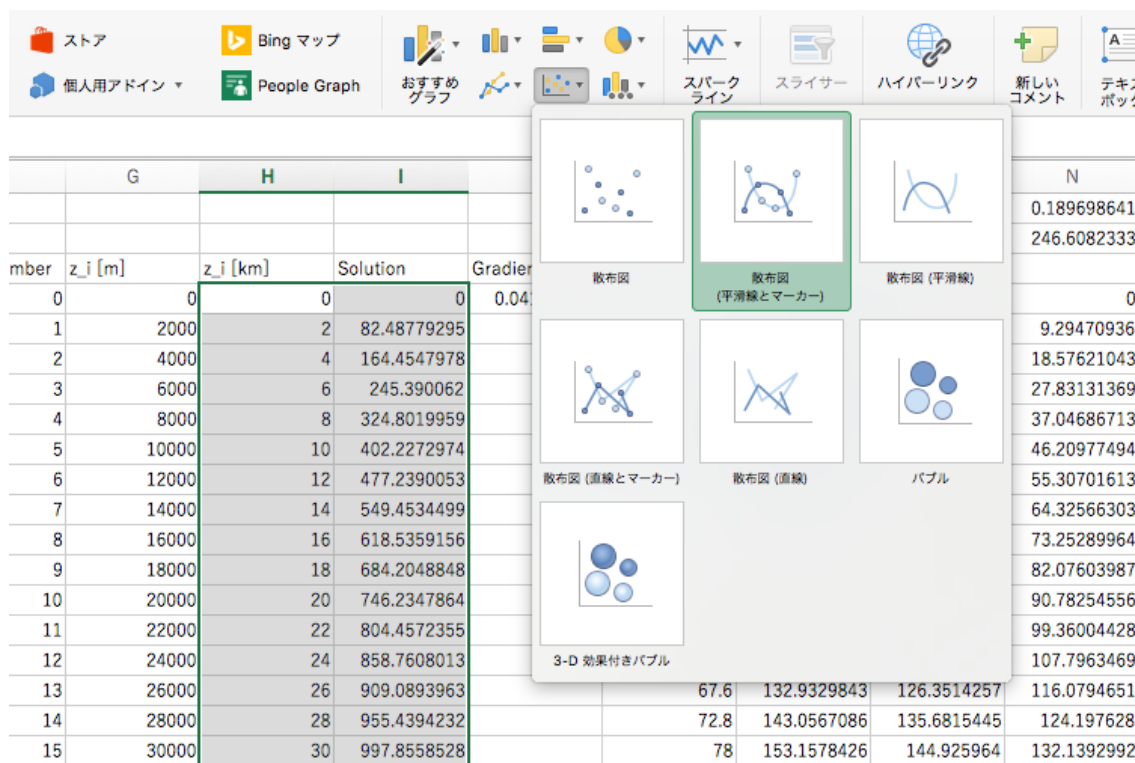
239

240

241



242 (20) 列にコピーペーストした後、深さと温度の列を選択し、グラフを作成する。



243

244

245

246 (21) グラフの体裁を整える.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Parameters									
2										
3	Density	$\rho$ [kg]	3300							
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200							
5	Thermal diffusivity	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06							
6	Thermal conductivity	$k$ [W/m/K]	3.96E+00			z-grid number	z_i [m]	z_i [km]	Solution	Heat flow [mW]
7	Surface Temperature	$T_0$ [°C]	0			0	0	0	0	81.72813585
8	Mantle temperature	$T_M$ [°C]	1300			1	2000	2	41.27683629	
9	Plate age	$t_p$ [Ma]	49			2	4000	4	82.48833238	
10	Seconds of 1 year	$S_y$ [sec]	31556925.13			3	6000	6	123.5694582	
11	Plate age	$t_p$ [sec]	1.26228E+15			4	8000	8	164.4558016	
12	Depth of mantle	$L$ [km]	500			5	10000	10	205.0838707	
13	Depth of mantle	$L$ [m]	500000			6	12000	12	245.3913903	
14	Number of z-grid	$n_z$	250			7	14000	14	285.317587	
15	Interval of z-grid	$\Delta z$ [m]	2000			8	16000	16	324.803464	
16		$\pi$	3.141592654			9	18000	18	363.7920615	
17						10	20000	20	402.2287014	
18						11	22000	22	440.0612149	
19						12	24000	24	477.2401507	
20						13	26000	26	513.7189631	
21						14	28000	28	549.4541786	
22						15	30000	30	584.4055401	
23						16	32000	32	618.536128	
24						17	34000	34	651.8124577	
25						18	36000	36	684.2045532	
26						19	38000	38	715.6859976	
27						20	40000	40	746.2339589	
28						21	42000	42	775.829194	
29						22	44000	44	804.4560288	
30						23	46000	46	832.1023182	
31						24	48000	48	858.7593841	
32						25	50000	50	884.4219346	
33						26	52000	52	909.0879654	
34						27	54000	54	932.7586435	
35						28	56000	56	955.4381764	
36						29	58000	58	977.1336678	
37						30	60000	60	997.8549609	

プレートの温度

z-grid number	z_i [m]	z_i [km]	Solution	Heat flow [mW]
0	0	0	0	81.72813585
1	2000	2	41.27683629	
2	4000	4	82.48833238	
3	6000	6	123.5694582	
4	8000	8	164.4558016	
5	10000	10	205.0838707	
6	12000	12	245.3913903	
7	14000	14	285.317587	
8	16000	16	324.803464	
9	18000	18	363.7920615	
10	20000	20	402.2287014	
11	22000	22	440.0612149	
12	24000	24	477.2401507	
13	26000	26	513.7189631	
14	28000	28	549.4541786	
15	30000	30	584.4055401	
16	32000	32	618.536128	
17	34000	34	651.8124577	
18	36000	36	684.2045532	
19	38000	38	715.6859976	
20	40000	40	746.2339589	
21	42000	42	775.829194	
22	44000	44	804.4560288	
23	46000	46	832.1023182	
24	48000	48	858.7593841	
25	50000	50	884.4219346	
26	52000	52	909.0879654	
27	54000	54	932.7586435	
28	56000	56	955.4381764	
29	58000	58	977.1336678	
30	60000	60	997.8549609	

247

248 これで完成です.

249

250 問題 1 (2)の作業中のスクリーンショット

	A	B	C	D
1	Parameters			
2				
3	Density	$\rho$ [kg]	3300	
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200	
5	Thermal diffusivity	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06	
6	Thermal conductivity	$k$ [W/m/K]	3.96E+00	
7	Surface Temperature	$T_0$ [° C]	0	
8	Mantle temperature	$T_M$ [° C]	1300	
9	Plate age	$t_p$ [Ma]	100	
10	Seconds of 1 year	$S_y$ [sec]	31556925.13	
11	Plate age	$t_p$ [sec]	3.15569E+15	
12	Depth of mantle	$L$ [km]	500	
13	Depth of mantle	$L$ [m]	500000	
14	Number of z-grid	$n_z$	250	
15	Interval of z-grid	$\Delta z$ [m]	2000	
16		$\pi$	3.141592654	
17	Time steps	$n_t$	50	
18	Time interval	$dt$	=C11/C17	
19				

251

	A	B	C	D
3	Density	$\rho$ [kg]	3300	
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200	
5	Thermal diffusivity	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06	
6	Thermal conductivity	$k$ [W/m/K]	3.96E+00	
7	Surface Temperature	$T_0$ [° C]	0	
8	Mantle temperature	$T_M$ [° C]	1300	
9	Plate age	$t_p$ [Ma]	100	
10	Seconds of 1 year	$S_y$ [sec]	31556925.13	
11	Plate age	$t_p$ [sec]	3.15569E+15	
12	Depth of mantle	$L$ [km]	500	
13	Depth of mantle	$L$ [m]	500000	
14	Number of z-grid	$n_z$	250	
15	Interval of z-grid	$\Delta z$ [m]	2000	
16		$\pi$	3.141592654	
17	Time steps	$n_t$	50	
18	Time interval	$dt$	6.31139E+13	
19				
20	Steady state heat flow (W/m <sup>2</sup> )		=C6*(C8-C7)/C13	
21				
22				

252

	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
							Order	1	2	3	4
time step j	$t_j$ [sec]	Age [Ma]	$1/\sqrt{\text{Age}}$				$\Sigma$ Decay rate	Decay rate			
0	0	0	0					=EXP(-M\$1*M\$1*\$C\$16*\$C\$16*\$C\$5*\$G7/(\$C\$13*\$C\$13))			
1	6.31139E+13	2	0.707106781								
2	1.26228E+14	4	0.5								
3	1.89342E+14	6	0.40824829								
4	2.52455E+14	8	0.353553391								
5	3.15569E+14	10	0.316227766								

253

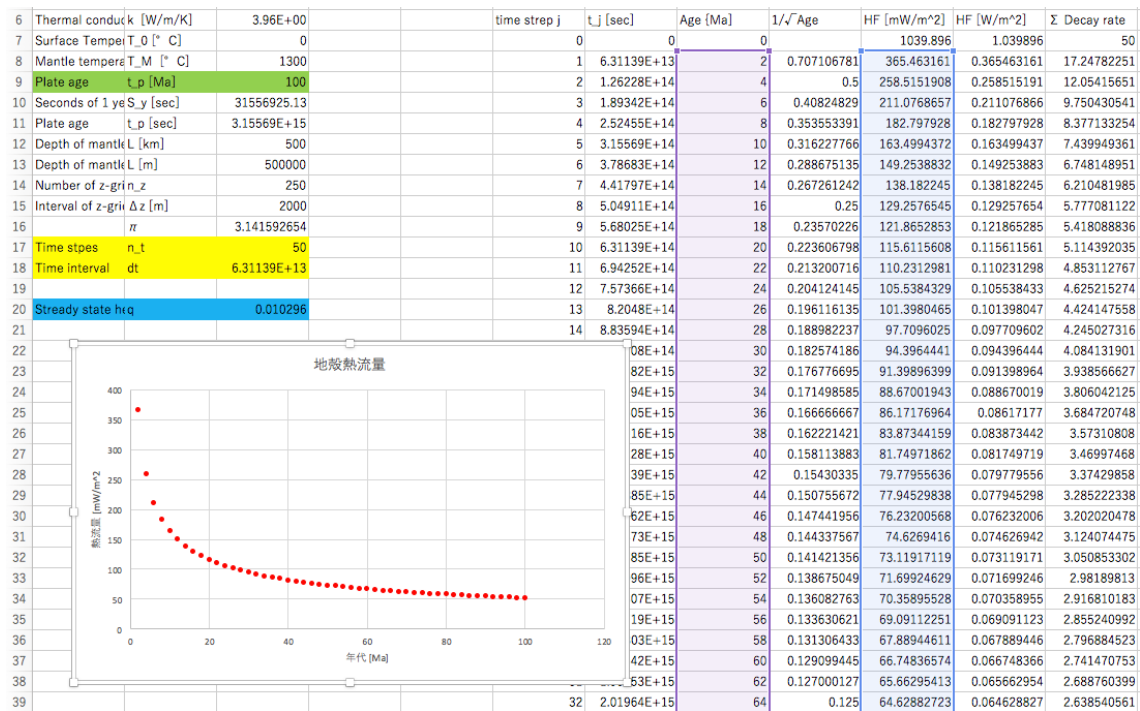
254

J	K	L	M	N	O	P
	Order	1	2	3	4	5
HF [W/m <sup>2</sup> ]	Σ Decay rate					
1.039896	=SUM(L7:B17)	1	1	1	1	1
0.365463161	SUM(数値1,[数値2],...)	12.05415651	0.990082962	0.977824851	0.960918041	0.93960954
0.258515191		0.995029126	0.980264271	0.956141438	0.923363481	0.882866087
0.211076866		0.992552963	0.970542952	0.934938859	0.887276627	0.829549397
0.182797928		0.990082962	0.960918041	0.91420645	0.852600118	0.779452527

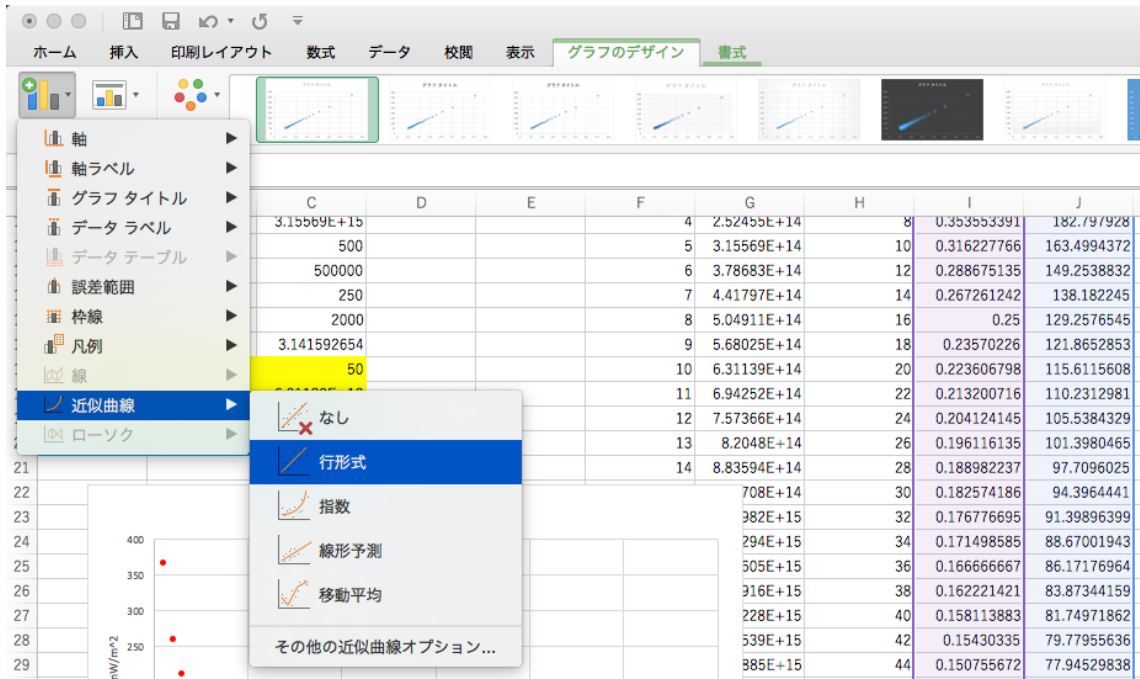
255  
256

H	I	J	K	L	M
			Order		1
Age [Ma]	1/√ Age	HF [mW/m <sup>2</sup> ]	HF [W/m <sup>2</sup> ]	Σ Decay rate	Decay rate
0			=C\$20*(1+2*L7)		1
2	0.707106781			17.24782251	0.997511467
4	0.5			12.05415651	0.995029126
6	0.40824829			9.750430541	0.992552963
8	0.353553391			8.377133254	0.990082962

257

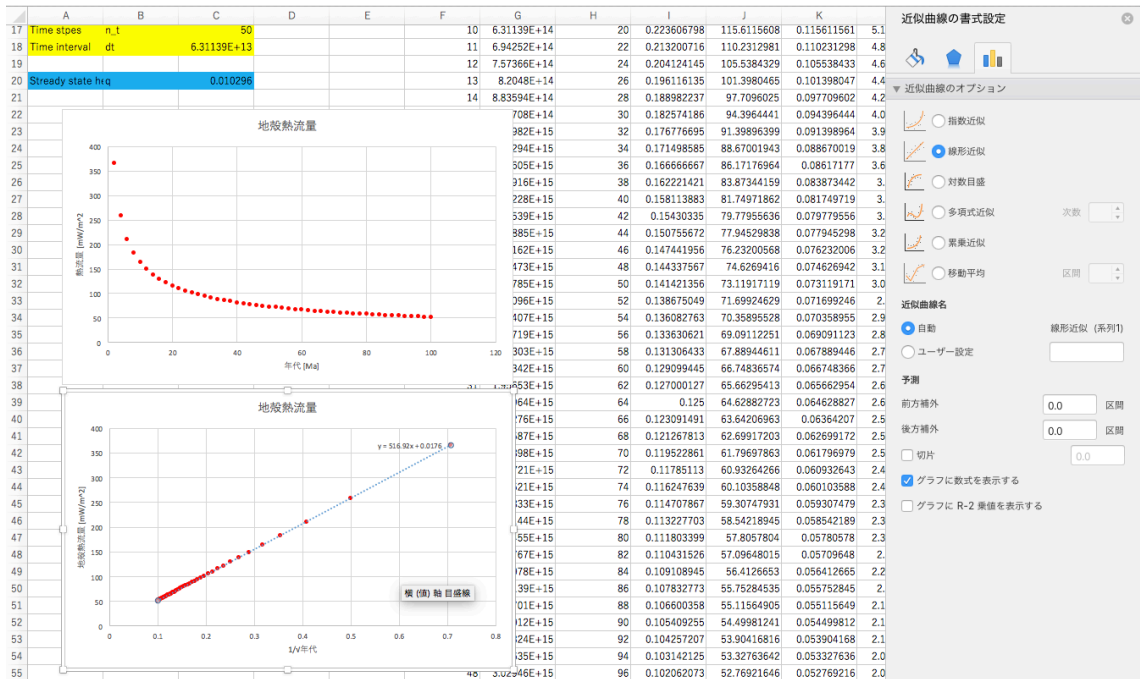


258



259

260



261

262

263

## 264 8. Excel を用いてプレートの温度を計算する：数値積分

265

## 266 8.1 半無限体冷却モデルと誤差関数

267 半無限体モデルにおけるプレートの温度は1次元熱伝導方程式の解

$$268 \quad T(z,t) = T_0 + (T_M - T_0) \operatorname{erf} \left[ \frac{z}{2\sqrt{\kappa t}} \right] \quad (8.1)$$

269 で表される。ここで、erf は誤差関数

$$270 \quad \operatorname{erf}(\zeta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\zeta \exp[-\eta^2] d\eta \quad (8.2)$$

271 である。誤差関数はガウス関数の積分であり、0 から 1 の値を持つ。誤差関数は  $\zeta$  が無  
 272 限大のときを除いて解析的に解けない。そのため、数値積分を利用して誤差関数の値を  
 273 求める。

274

## 275 8.2 数値積分

276 数値積分とは数値的な計算により、定積分

$$277 \quad I = \int_a^b f(x) dx \quad (8.3)$$

278 の値を求める方法である。基本的に、下記のような考えで積分する。

279 ・定積分の区間を細かく分割する。

280 ・細かく分割したそれぞれの領域で関数を積分しやすい関数(直線、2次曲線、平面  
281 など)で補間する。

282 ・補間した関数を積分して分割領域の面積(体積)を求める。

283 ・分割領域の値を足し上げて定積分の値を求める。

284 補間関数の取り方によっていろいろな方法が考えられる。

285

## 286 8.3 長方形法

287 区間[a,b]を N 等分し、それぞれの区間の関数値を端のどちらか1つの点の値で関数の  
 288 値を近似する。1つの区間の面積は

$$289 \quad \Delta S = f(x)h \quad (8.4)$$

290 で表される。関数値を左側を取る場合、積分値は次のように表される。

$$291 \quad I = [f(a) + f(a+h) + \dots + f(a+ih) + \dots + f(b-h)]h \quad (8.5)$$

292 式をまとめると,

$$I = h \sum_{i=1}^{N-1} f(a+ih) \quad (8.6)$$

293

294 である. この方法は 1 次の打ち切り誤差を持つ.

295

#### 296 8.4 台形法

297 区間[a,b]を N 等分し, 近接する 2 点間を結ぶ直線で関数を近似する. つまり, 細長い

298 台形とし, 小区間の面積を求める. すなわち, その面積は

$$\Delta S = \frac{1}{2} [f(x) + f(x+h)] h \quad (8.7)$$

299

300 で表される. 積分値は次のように表される.

$$I = \frac{1}{2} [f(a) + 2f(a+h) + \dots + 2f(a+ih) + \dots + 2f(b-h) + f(b)] h \quad \dots(8.8)$$

301

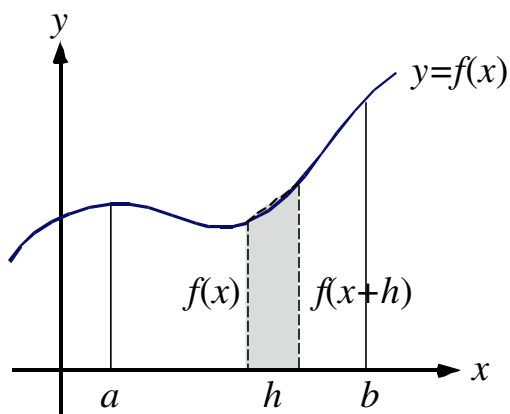
302

303 端以外の係数が 2 になっている. まとめて,

$$I = \frac{1}{2} \left[ f(a) + \sum_{i=1}^{N-1} 2f(a+ih) + f(b) \right] h \quad (8.9)$$

304

305 である. 台形法は 2 次の打ち切り誤差を持つ.



306

307

#### 308 8.5 シンプソン法

309 近接するいくつかの区間を 1 まとめにして, より高次の次数をもつ多項式で関数を近似

310 する方法である. 精度は補間する関数の次数で決まる. 例えば, 区間[a,b]を偶数個 n に

311 等分し, 2 つまとめにすると, 3 点を用いて 2 次多項式を当てはめることができる. こ

312 のとき、小区間を2つ合わせた区間の面積は、

$$313 \quad \Delta S = \frac{1}{3}[f(x) + 4f(x+h) + f(x+2h)]h \quad (8.10)$$

314 である。このとき、区間[a,b]全体では、

$$315 \quad I = \frac{1}{3}[f(a) + 4f(a+h) + 2f(a+2h) \dots$$

$$316 \quad \quad \quad + 2f(a+2ih) + 4f(a + \{2i+1\}h) + \dots$$

$$317 \quad \quad \quad + 2f(b-2h) + 4f(b-h) + f(b)]h \quad (8.11)$$

318 となる。係数が、 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \dots \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1$  となっている。2は小区間を2つ  
319 にまとめた $\Delta S$ のつなぎ目である。まとめると、

$$320 \quad I = \frac{1}{3} \left[ f(a) + \sum_{i=1}^{N/2-1} 4f(a + \{2i+1\}h) + \sum_{i=1}^{N/2} 2f(a+2ih) + f(b) \right] h \quad (8.12)$$

321 となる。2次式で近似する方法は3次の打ち切り誤差を持つ。

322

### 323 8.6 台形法による半無限体モデルの計算

324 半無限体冷却モデルの式を次のように離散化する。

$$325 \quad T(z_i, t) = T_0 + (T_M - T_0) \operatorname{erf} \left[ \frac{z_i}{2\sqrt{\kappa t}} \right] \quad (8.13)$$

326 ここで、 $T(z, t)$ のグラフを書くために $i$ は格子点番号、 $z_i$ は格子点の深さである。ここで、

$$327 \quad z_i = \Delta z i$$

328 である。誤差関数の積分の部分は

$$329 \quad \operatorname{erf}[\zeta_i] = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\zeta_i} \exp[-\eta^2] d\eta \quad (8.14)$$

330 である。ただし、

$$331 \quad \zeta_i = \frac{z_i}{2\sqrt{\kappa t}} \quad (8.15)$$

332 である。積分の部分を2つに分ける。1つ前の格子点 $i-1$ までの積分と1つ前から温度  
333 を求めたい格子点 $i$ までの積分の2つである。すなわち、

$$334 \quad \operatorname{erf}[\zeta_i] = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \int_0^{\zeta_{i-1}} \exp[-\eta^2] d\eta + \int_{\zeta_{i-1}}^{\zeta_i} \exp[-\eta^2] d\eta \right\} \quad (8.16)$$

335 とする。ここで、後ろの積分に数値積分を適用する。こうすると、 $i=1$ の格子点から順  
336 番に積分を漸化式として計算できることになる。ここで、台形法を使用すると、



337

$$\begin{aligned}
338 \quad & \int_{\zeta_{i-1}}^{\zeta_i} \exp[-\eta^2] d\eta = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{2} \left( \exp[-\eta_0^2] + 2 \sum_{k=1}^{K-1} \exp[-\eta_k^2] + \exp[-\eta_K^2] \right) \\
339 \quad & = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \exp[-\zeta_{i-1}^2] + 2 \sum_{k=1}^{K-1} \exp[-(\delta\eta k)^2] + \exp[-\zeta_i^2] \right) \\
340 \quad & = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ \exp\left[-\left(\frac{z_{i-1}}{2\sqrt{t}}\right)^2\right] + 2 \sum_{k=1}^{K-1} \exp\left[-\left(\frac{\delta z k}{2\sqrt{t}}\right)^2\right] + \exp\left[-\left(\frac{z_i}{2\sqrt{t}}\right)^2\right] \right\} \quad (8.17)
\end{aligned}$$

341 となる。ここで、台形法により積分をするために  $z_{i-1}$  と  $z_i$  の間を  $K$  個に分割している。  
342 つまり、

$$343 \quad \delta z = \frac{\Delta z}{K} \quad (8.18)$$

$$344 \quad \delta\eta = \frac{\Delta\eta}{K} = \frac{1}{K} \frac{\Delta z}{2\sqrt{\kappa t}} = \frac{\delta z}{2\sqrt{\kappa t}} \quad (8.19)$$

$$345 \quad \eta_k = \delta\eta k \quad (8.20)$$

$$346 \quad \zeta_i = \zeta_{i-1} + \eta_K = \delta\eta K \quad (8.21)$$

347 と表される。

348

349 **9. Microsoft Excel による半無限体冷却モデルの計算**

350

351 **9.1 シート作成の基本的な考え方**

352 (1)  $z$  方向の離散化は列(縦)方向へ行う。

353 (2) 式(8.17)の台形法による積分を行(横)方向へ行って得られた値を、式(8.16)に従い、  
354 前に得た積分の値に加算して誤差関数の値を得る。

355 (3)  $z$  方向の離散化が十分細かいなら、台形法の積分における分割数、すなわち  $K$  の値  
356 はあまり大きく取らなくて良い。

357 (3) 誤差関数の値と温度差との積をとり、地表温度を加算して温度を得る

358

359 **9.2 Excel シート作成の方法**

360

361 (1) パラメータ表の作成

362 前回の課題で作成したパラメータ表を再利用する。パラメータ表の下の方に台形法の  
363 積分を行うための分割の情報を入れる。この例は 25 になっているが 10 位で良い。

	A	B	C	D
1	Parameters			
2				
3	Density	$\rho$ [kg]	3300	
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200	
5	Thermal diffusiv	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06	
6	Thermal conduct	[W/m/K]	3.96E+00	
7	Surface Temper	$T_0$ [° C]	0	
8	Mantle tempera	$T_M$ [° C]	1300	
9	Plate age	$t_p$ [Ma]	20	
10	Seconds of 1 ye	$S_y$ [sec]	31556925.13	
11	Plate age	$t_p$ [sec]	6.31139E+14	
12	Depth of mantle	$L$ [km]	500	
13	Depth of mantle	$L$ [m]	500000	
14	Number of z-gr	$n_z$	250	
15	Interval of z-gr	$\Delta z$ [m]	2000	
16		$k \cdot \delta z$	25	
17		$\delta z$ [m]	=C15/C16	
18				

364

365

366

	A	B	C	D
1	Parameters			
2				
3	Density	$\rho$ [kg]	3300	
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200	
5	Thermal diffusiv	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06	
6	Thermal conduct	[W/m/K]	3.96E+00	
7	Surface Temper	$T_0$ [° C]	0	
8	Mantle tempera	$T_M$ [° C]	1300	
9	Plate age	$t_p$ [Ma]	20	
10	Seconds of 1 ye	$S_y$ [sec]	31556925.13	
11	Plate age	$t_p$ [sec]	6.31139E+14	
12	Depth of mantle	$L$ [km]	500	
13	Depth of mantle	$L$ [m]	500000	
14	Number of z-gr	$n_z$	250	
15	Interval of z-gr	$\Delta z$ [m]	2000	
16		$k \cdot \delta z$	25	
17		$\delta z$ [m]	80	
18		$\delta z / 2\sqrt{\kappa t}$	=C17/(2*SQRT(C5*C11))	
19				

367 (2) 格子点の深さ  $z_i$  とそのキロメートル単位での値を計算する.

	A	B	C	D	E	F	G	H
3	Density	$\rho$ [kg]	3300					
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200					
5	Thermal diffusiv	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06			i	$z_i$ [m]	$z_i$ [km]
6	Thermal conduct	[W/m/K]	3.96E+00				0	= $\$C\$15 * F6$
7	Surface Temper	$T_0$ [° C]	0				1	
8	Mantle tempera	$T_M$ [° C]	1300				2	
9	Plate age	$t_p$ [Ma]	20				3	
10	Seconds of 1 ye	$S_y$ [sec]	31556925.13				4	
11	Plate age	$t_p$ [sec]	6.31139E+14				5	
12	Depth of mantle	$L$ [km]	500				6	
13	Depth of mantle	$L$ [m]	500000				7	
14	Number of z-gr	$n_z$	250				8	
15	Interval of z-gr	$\Delta z$ [m]	2000				9	
16		$k \delta z$	25				10	
17		$\delta z$ [m]	80				11	
18		$\delta z / 2 \sqrt{\kappa t}$	1.59E-03				12	
19		$2 / \sqrt{\pi}$	1.128379167				13	
20							14	

368

369

370 (3) 積分値などの値を入れる列を作る.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Parameters													
2														
3	Density	$\rho$ [kg]	3300											
4	Specific heat	$C_p$ [J/kg]	1200											
5	Thermal diffusiv	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]	1.00E-06			i	$z_i$ [m]	$z_i$ [km]	$T(z)$ [° C]	$\zeta$	erf( $\zeta$ )	$\int \exp(-x^2) dx$		
6	Thermal conduct	[W/m/K]	3.96E+00				0	0	0					
7	Surface Temper	$T_0$ [° C]	0				1	2000	2					
8	Mantle tempera	$T_M$ [° C]	1300				2	4000	4					
9	Plate age	$t_p$ [Ma]	20				3	6000	6					
10	Seconds of 1 ye	$S_y$ [sec]	31556925.13				4	8000	8					

371

372

373 (4) 式(8.17)の台形法による計算を行うための格子点を作る.  $K=10$  程度でよい.

L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
	k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	$k \delta z$												
erf( $\zeta$ )	$\int \exp(-x^2) dx$												

374

375

376 (5)  $k=0$  の  $\delta k$  を計算する.

L	M	N	O
	k	0	1
	$k \delta z$	= $N1 * \$C\$17$	
erf( $\zeta$ )	$\int \exp(-x^2) dx$		

377

378

379 (6)  $k=1\sim K$  の  $\delta\eta_k$  を計算する.

SQRT  $\checkmark$   $f_x =N2/(2*\text{SQRT}(\$C\$5*\$C\$11))$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	
1	Parameters													k	0	1
2														k $\delta z$	0	80
3	Density $\rho$ [kg]		3300											$\delta \zeta$	$=N2/(2*\text{SQRT}(\$C\$5*\$C\$11))$	
4	Specific heat $C_p$ [J/kg]		1200													
5	Thermal diffusivity $\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]		1.00E-06			i	$z_i$ [m]	$z_i$ [km]	$T(z)$ [° C]		$\zeta = z/2\sqrt{\kappa t}$	$\text{erf}(\zeta)$	$\int \exp(-x^2) dx$			
6	Thermal conduct $k$ [W/m/K]		3.96E+00				0	0	0							
7	Surface Temp $T_0$ [° C]		0				1	2000	2							
8	Mantle Temp $T_M$ [° C]		1300				2	4000	4							
9	Plate age $t_p$ [Ma]		20				3	6000	6							
10	Seconds of 1 yr $S_y$ [sec]		31556925.13				4	8000	8							
11	Plate age $t_p$ [sec]		6.31139E+14				5	10000	10							
12	Depth of mantl $L$ [km]		500				6	12000	12							
13	Depth of mantl $L$ [m]		500000				7	14000	14							
14	Number of z-grin $z$		250				8	16000	16							

380

381

382 (7)  $i=0$  の  $\zeta_i$  の値を計算する.

$\checkmark$   $f_x =G6/(2*\text{SQRT}(\$C\$5*\$C\$11))$

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
	$\rho$ [kg]		3300								
	$C_p$ [J/kg]		1200								
	$\kappa$ [m <sup>2</sup> /s]		1.00E-06								
	$k$ [W/m/K]		3.96E+00			i	$z_i$ [m]	$z_i$ [km]	$T(z)$ [° C]	$\zeta = z/2\sqrt{\kappa t}$	$\text{erf}(\zeta)$
	$T_0$ [° C]		0				0	0	0	$=G6/(2*\text{SQRT}(\$C\$5*\$C\$11))$	$\text{SQRT}(\text{数値})$
	$T_M$ [° C]		1300				1	2000	2		
	$t_p$ [Ma]		20				2	4000	4		
	$S_y$ [sec]		31556925.13				3	6000	6		
							4	8000	8		

383

384

385 (8) コピー・ペーストして、 $i=1\sim N$  の  $\zeta_i$  の値を計算する.

	F	G	H	I	J	K	L
	i	$z_i$ [m]	$z_i$ [km]	$T(z)$ [° C]		$\zeta = z/2\sqrt{\kappa t}$	$\text{erf}(\zeta)$
		0	0	0		0.00E+00	
		1	2000	2		3.98E-02	
		2	4000	4		7.96E-02	
		3	6000	6		1.19E-01	
		4	8000	8		1.59E-01	
		5	10000	10		1.99E-01	
		6	12000	12		2.39E-01	
		7	14000	14		2.79E-01	
		8	16000	16		3.18E-01	
		9	18000	18		3.58E-01	
		10	20000	20		3.98E-01	
		11	22000	22		4.38E-01	
		12	24000	24		4.78E-01	
		13	26000	26		5.17E-01	
		14	28000	28		5.57E-01	
		15	30000	30		5.97E-01	
		16	32000	32		6.37E-01	
		17	34000	34		6.77E-01	
		18	36000	36		7.16E-01	

386

387

388 (9)  $i=0$  の式 (8.17) の  $k=0$  の項を計算する.

J	K	L	M	N	O
			k	0	1
			k $\delta z$	0	80
			$\delta \zeta$	0.00E+00	1.59E-03
	$\zeta = z/2\sqrt{\kappa t}$	erf( $\zeta$ )	$\int \exp(-x^2) dx$	$\exp(-x^2)$	
	0.00E+00			=EXP(-((\$K6+N\$3)^2))	
	3.98E-02				

389

390

391 (10) 式(8.17)の  $k=1\sim K$  の項を計算する.

M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
k $\delta z$	0	80	160	240	320	400	480	560	640
$\delta \zeta$	0.00E+00	1.59E-03	3.18E-03	4.78E-03	6.37E-03	7.96E-03	9.55E-03	1.11E-02	1.27E-02
$\int \exp(-x^2) dx$	$\exp(-x^2)$								
	1	0.999997465	0.99998986	0.999977184	0.999959439	0.999936624	0.999908741	0.999875788	0.999837767

392

393

394 (11)  $i=1\sim N-1$  にコピー・ペーストし,  $k=0\sim K$  の項を計算する.

M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
k $\delta z$	0	80	160	240	320	400	480	560	640
$\delta \zeta$	0.00E+00	1.59E-03	3.18E-03	4.78E-03	6.37E-03	7.96E-03	9.55E-03	1.11E-02	1.27E-02
$\int \exp(-x^2) dx$	$\exp(-x^2)$								
	1	0.999997465	0.99998986	0.999977184	0.999959439	0.999936624	0.999908741	0.999875788	0.999837767
	0.998416816	0.998287739	0.998153618	0.998014454	0.997870251	0.99772101	0.997566733	0.997407423	0.997243082
	0.993682288	0.993427893	0.993168528	0.992904196	0.992634901	0.992360648	0.992081441	0.991797283	0.99150818
	0.985841247	0.985463939	0.985081781	0.984694778	0.984302937	0.983906263	0.983504762	0.983098441	0.982687305
	0.974967626	0.974470953	0.973969594	0.973463558	0.972952851	0.972437482	0.971917458	0.971392787	0.970863477
	0.9611633	0.960551897	0.959936015	0.959315664	0.958690853	0.958061592	0.957427889	0.956789754	0.956147197
	0.944556496	0.943836013	0.943111297	0.94238236	0.941649211	0.940911863	0.940170325	0.939424608	0.938674723
	0.92529981	0.924476825	0.923649889	0.922819015	0.921984212	0.921145495	0.920302875	0.919456363	0.918605972
	0.903567873	0.902649795	0.901728077	0.900802734	0.899873777	0.898941221	0.898005078	0.897065361	0.896122085
	0.879554719	0.878549672	0.877541324	0.876529689	0.875514781	0.874496615	0.873475204	0.872450562	0.871422704
	0.853470904	0.852387611	0.851301377	0.850212216	0.849120143	0.848025173	0.846927322	0.845826603	0.844723031
	0.825540438	0.824388094	0.823233185	0.822075726	0.820915732	0.819753218	0.818588201	0.817420694	0.816250714
	0.795997597	0.794785742	0.793571708	0.792355512	0.791137167	0.789916692	0.7886941	0.787469407	0.786242631
	0.765083678	0.763822063	0.762558661	0.76129349	0.760026564	0.7587579	0.757487513	0.756215418	0.754941632
	0.733043743	0.731742204	0.730439272	0.729134963	0.727829292	0.726522277	0.725213931	0.723904271	0.722593312
	0.700123443	0.698791774	0.697459101	0.69612544	0.694790806	0.693455215	0.692118683	0.690781224	0.689442854

395

396

397 (12)  $i=0$  のときの積分の値はゼロなので, ゼロを入力する. 1つ下の図で M1(青の  
 398 セル)

399

400 (13)  $i=0$  の行の積分値を台形法, すなわち式(8.17)により計算する. さらに,  $i=0$  の積  
 401 分

402 値と加算する.

L	M	N	O	P	Q	R	S
	k	0	1	2	3	4	5
	k $\delta z$	0	80	160	240	320	400
	$\delta \zeta$	0.00E+00	1.59E-03	3.18E-03	4.78E-03	6.37E-03	7.96E-03
erf( $\zeta$ )	$\int \exp(-x^2) dx$	$\exp(-x^2)$					
	0	1	0.999997465	0.99998986	0.999977184	0.999959439	0.999936624
	$=M6+\$C\$18*(N6+SUM(O6:AL6)*2+AM6)/2$			0.998153618	0.998014454	0.997870251	0.99772101
		0.993682288	0.993427893	0.993168528	0.992904196	0.992634901	0.992360648
		0.985841247	0.985463939	0.985081781	0.984694778	0.984302937	0.983906263

403

404

405 (14) コピー・ペーストにより,  $i=1\sim N$  の積分値を計算する.

K	L	M	N	O
		k	0	1
		k δ z	0	80
		δ ζ	0.00E+00	1.59E-03
$\zeta = z/2\sqrt{\kappa t}$	erf(ζ)	$\int \exp(-x^2)dx$	$\exp(-x^2)$	
0.00E+00		0	1	0.999997465
3.98E-02		3.98E-02	0.998416816	0.998287739
7.96E-02		7.94E-02	0.993682288	0.993427893
1.19E-01		1.19E-01	0.985841247	0.985463939
1.59E-01		1.58E-01	0.974967626	0.974470953
1.99E-01		1.96E-01	0.9611633	0.960551897
2.39E-01		2.34E-01	0.944556496	0.943836013
2.79E-01		2.72E-01	0.92529981	0.924476825
3.18E-01		3.08E-01	0.903567873	0.902649795
3.58E-01		3.43E-01	0.879554719	0.878549672
3.98E-01		3.78E-01	0.853470904	0.852387611
4.38E-01		4.11E-01	0.825540438	0.824388094
4.78E-01		4.44E-01	0.795997597	0.794785742
5.17E-01		4.75E-01	0.765083678	0.763822063
5.57E-01		5.05E-01	0.733043743	0.731742204
5.97E-01		5.33E-01	0.700123443	0.698791774
6.37E-01		5.60E-01	0.666565948	0.665213781
6.77E-01		5.86E-01	0.632609051	0.631245749
7.16E-01		6.11E-01	0.598482496	0.597117046
7.56E-01		6.34E-01	0.564405555	0.563046479
7.96E-01		6.56E-01	0.530584893	0.529240168
8.36E-01		6.76E-01	0.497212749	0.495889742
8.76E-01		6.95E-01	0.464465441	0.463170857
9.16E-01		7.13E-01	0.432502208	0.431242049

406

407

408 (15) 係数  $2/\sqrt{\pi}$ を掛けて  $i=0$  のときの誤差関数値を得る.

C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
									k	
									k δ z	
									δ ζ	
3300										
1200										
1.00E-06		i	z_i [m]	z_j [km]	T(z) [° C]			$\zeta = z/2\sqrt{\kappa t}$	erf(ζ)	$\int \exp(-x^2)dx$
3.96E+00			0	0	0			0.00E+00	=C\$19*M6	0
0			1	2000	2			3.98E-02		3.98E-02
1300			2	4000	4			7.96E-02		7.94E-02
20			3	6000	6			1.19E-01		1.19E-01
31556925.13			4	8000	8			1.59E-01		1.58E-01
6.31139E+14			5	10000	10			1.99E-01		1.96E-01
500			6	12000	12			2.39E-01		2.34E-01
500000			7	14000	14			2.79E-01		2.72E-01
250			8	16000	16			3.18E-01		3.08E-01
2000			9	18000	18			3.58E-01		3.43E-01
25			10	20000	20			3.98E-01		3.78E-01
80			11	22000	22			4.38E-01		4.11E-01
1.59E-03			12	24000	24			4.78E-01		4.44E-01
1.128379167			13	26000	26			5.17E-01		4.75E-01

409

410

411

412

413 (16) コピー・ペーストにより,  $i=1\sim N$  の誤差関数の値を計算する.

K	L	M	N
		k	0
		k δ z	0
		δ ζ	0.00E+00
$\zeta = z/2\sqrt{\kappa t}$	erf(ζ)	$\int \exp(-x^2)dx$	$\exp(-x^2)$
0.00E+00	0	0	1
3.98E-02	0.044891407	3.98E-02	0.998416816
7.96E-02	0.089640821	7.94E-02	0.993682288
1.19E-01	0.134107596	1.19E-01	0.985841247
1.59E-01	0.178153756	1.58E-01	0.974967626
1.99E-01	0.221645278	1.96E-01	0.9611633
2.39E-01	0.264453313	2.34E-01	0.944556496
2.79E-01	0.306455329	2.72E-01	0.92529981
3.18E-01	0.34753615	3.08E-01	0.903567873
3.58E-01	0.387588888	3.43E-01	0.879554719
3.98E-01	0.426515757	3.78E-01	0.853470904
4.38E-01	0.464228737	4.11E-01	0.825540438
4.78E-01	0.500650117	4.44E-01	0.795997597
5.17E-01	0.535712873	4.75E-01	0.765083678
5.57E-01	0.56936092	5.05E-01	0.733043743
5.97E-01	0.601549202	5.33E-01	0.700123443
6.37E-01	0.632243655	5.60E-01	0.666565948
6.77E-01	0.661421023	5.86E-01	0.632609051
7.16E-01	0.689068561	6.11E-01	0.598482496
7.56E-01	0.715183618	6.34E-01	0.564405555
7.96E-01	0.739773113	6.56E-01	0.530584893
8.36E-01	0.762852932	6.76E-01	0.497212749

414

415

416 (17) 誤差関数を用いて  $i=0$  の温度を計算する.

✓ fx = \$C\$7+(\$C\$8-\$C\$7)\*L6

B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
											k
											k δ z
											δ ζ
ρ [kg]	3300										
C_p [J/kg]	1200										
κ [m^2/s]	1.00E-06										
k [W/m/K]	3.96E+00			i	z_i [m]	z_i [km]	T(z) [° C]		ζ = z/2√ κ t	erf(ζ)	$\int \exp(-x^2)dx$
T_0 [° C]	0				0	0	= \$C\$7 + (\$C\$8 - \$C\$7) * L6		0.00E+00	0	0
T_M [° C]	1300				1	2000			3.98E-02	0.044891407	3.98E-02
t_p [Ma]	20				2	4000			7.96E-02	0.089640821	7.94E-02
S_y [sec]	31556925.13				3	6000			1.19E-01	0.134107596	1.19E-01
t_p [sec]	6.31139E+14				4	8000			1.59E-01	0.178153756	1.58E-01
L [km]	500				5	10000			1.99E-01	0.221645278	1.96E-01
L [m]	500000				6	12000			2.39E-01	0.264453313	2.34E-01
n_z	250				7	14000			2.79E-01	0.306455329	2.72E-01
Δz [m]	2000				8	16000			3.18E-01	0.34753615	3.08E-01
k_δ z	25				9	18000			3.58E-01	0.387588888	3.43E-01
δ z [m]	80				10	20000			3.98E-01	0.426515757	3.78E-01
					11	22000			4.38E-01	0.464228737	4.11E-01

417

418

419



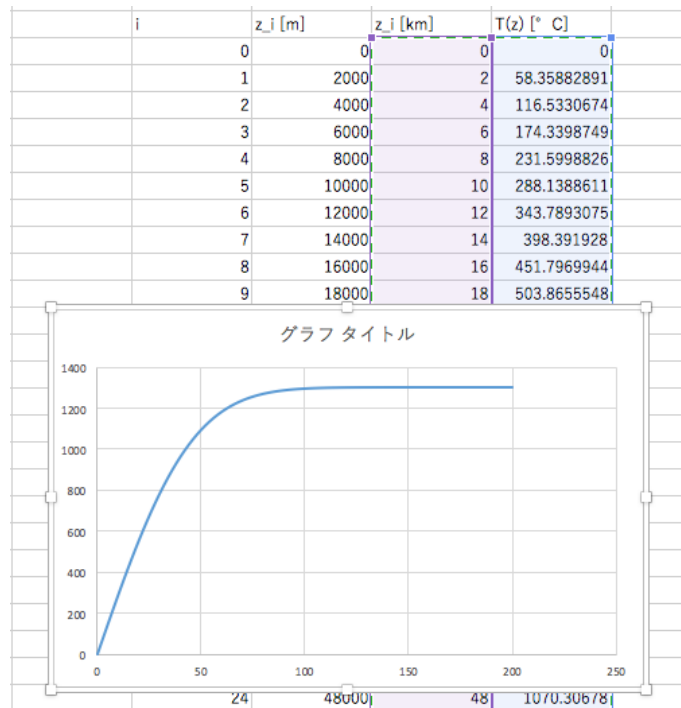
420 (18) コピー・ペーストにより,  $i=1\sim N$  の温度を計算する.

G	H	I	J	K
$z_i$ [m]	$z_i$ [km]	$T(z)$ [° C]		$\zeta = z/2\sqrt{\kappa t}$
0	0	0		0.00E+00
2000	2	58.35882891		3.98E-02
4000	4	116.5330674		7.96E-02
6000	6	174.3398749		1.19E-01
8000	8	231.5998826		1.59E-01
10000	10	288.1388611		1.99E-01
12000	12	343.7893075		2.39E-01
14000	14	398.391928		2.79E-01
16000	16	451.7969944		3.18E-01
18000	18	503.8655548		3.58E-01
20000	20	554.4704839		3.98E-01
22000	22	603.4973587		4.38E-01
24000	24	650.8451515		4.78E-01
26000	26	696.4267348		5.17E-01
28000	28	740.1691957		5.57E-01
30000	30	782.013963		5.97E-01
32000	32	821.916751		6.37E-01
34000	34	859.8473293		6.77E-01
36000	36	895.7891296		7.16E-01
38000	38	929.7387034		7.56E-01
40000	40	961.7050472		7.96E-01
42000	42	991.7088115		8.36E-01
44000	44	1019.781413		8.76E-01
46000	46	1045.96407		9.16E-01

421

422

423 (19) グラフを作成する.

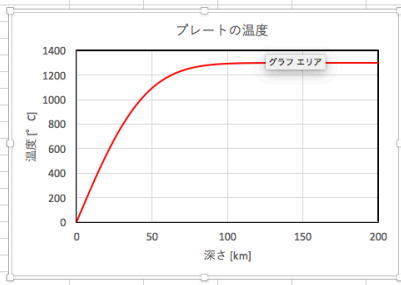


424

425

426 (20) 体裁を整え、グラフを完成させる。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Parameters												k	0	1
2													k δ z	0	80
3	Density ρ [kg]		3300										δ ζ	0.00E+00	1.59E-03
4	Specific heat C_p [J/kg]		1200												
5	Thermal diffusivity κ [m²/s]		1.00E-06			i	z_i [m]	z_j [km]	T(z) [°C]		ζ = z/2√κt	erf(ζ)	∫ exp(-x²) dx	exp(-x²)	
6	Thermal conductivity [W/m/K]		3.96E+00				0	0	0		0.00E+00	0	0	1	0.999997465
7	Surface temperature T_0 [°C]		0				1	2000	2	58.35882891	3.98E-02	0.044891407	3.98E-02	0.998416816	0.998287739
8	Mantle temperature T_M [°C]		1300				2	4000	4	116.5330674	7.96E-02	0.089640821	7.94E-02	0.993682288	0.993427893
9	Plate age t_p [Ma]		20				3	6000	6	174.3398749	1.19E-01	0.134107596	1.19E-01	0.985841247	0.985463939
10	Seconds of 1 year S_y [sec]		31556925.13				4	8000	8	231.5998826	1.59E-01	0.178153756	1.58E-01	0.974967626	0.974470953
11	Plate age t_p [sec]		6.31139E+14				5	10000	10	288.1388611	1.99E-01	0.221645278	1.96E-01	0.9611633	0.960551897
12	Depth of mantle L [km]		500				6	12000	12	343.7893075	2.39E-01	0.264453313	2.34E-01	0.944556496	0.943836013
13	Depth of mantle L [m]		500000				7	14000	14	398.391928	2.79E-01	0.306455329	2.72E-01	0.92629981	0.924476825
14	Number of z-grid n_z		250				8	16000	16	451.7969944	3.18E-01	0.34753615	3.08E-01	0.903567873	0.902649795
15	Interval of z-grid Δz [m]		2000				9	18000	18	503.8655548	3.58E-01	0.387588888	3.43E-01	0.879554719	0.878549672
16	k δ z		25				10	20000	20	554.4704839	3.98E-01	0.426515757	3.78E-01	0.853470904	0.852387611
17	δ z [m]		80				11	22000	22	603.4973587	4.38E-01	0.464228737	4.11E-01	0.825540438	0.824388094
18	δ z / 2√κt		1.59E-03				12	24000	24	650.8451515	4.78E-01	0.500650117	4.44E-01	0.795997597	0.794785742
19	2√κt / π		1.128379167				13	26000	26	696.4267348	5.17E-01	0.535712873	4.75E-01	0.765083678	0.763822063
20							14	28000	28	740.1691957	5.57E-01	0.56936092	5.05E-01	0.733043743	0.731742204
21							15	30000	30	782.013963	5.97E-01	0.601549202	5.33E-01	0.700123443	0.698791774
22							16	32000	32	821.916751	6.37E-01	0.632243655	5.60E-01	0.666565948	0.665213781
23							17	34000	34	859.8473293	6.77E-01	0.661421023	5.86E-01	0.632609051	0.631245749
24							18	36000	36	895.7891296	7.16E-01	0.689068561	6.11E-01	0.598482496	0.597117046
25							19	38000	38	929.7387034	7.56E-01	0.715183618	6.34E-01	0.564405555	0.563046479
26							20	40000	40	961.7050472	7.96E-01	0.739773113	6.56E-01	0.530584893	0.529240168
27							21	42000	42	991.7088115	8.36E-01	0.762852932	6.76E-01	0.497212749	0.495889742
28							22	44000	44	1019.781413	8.76E-01	0.784447241	6.95E-01	0.464465441	0.463170857
29							23	46000	46	1045.96407	9.16E-01	0.804587746	7.13E-01	0.432502208	0.431242049
30							24	48000	48	1070.30678	9.55E-01	0.823312907	7.30E-01	0.401464388	0.400243926
31							25	50000	50	1092.867255	9.95E-01	0.840667119	7.45E-01	0.371474922	0.370298688
32							26	52000	52	1113.204458	1.03E+00	0.85669882	7.59E-01	0.342638174	0.341509958
33							27	54000	54	1132.904458	1.07E+00	0.871464968	7.72E-01	0.315040051	0.313962909
34							28	56000	56	1150.52548	1.11E+00	0.8850196	7.84E-01	0.288748386	0.287724664
35							29	58000	58	1166.650749	1.15E+00	0.897423653	7.95E-01	0.263813573	0.262844335
36							30	60000	60	1181.350557	1.19E+00	0.90873889	8.05E-01	0.240269409	0.239356876
37							31	62000	62	1194.736708	1.23E+00	0.919028237	8.14E-01	0.218134119	0.217278112
38							32	64000	64	1206.861645	1.27E+00	0.928355111	8.23E-01	0.19741152	0.196611911
39							33	66000	66	1217.817642	1.31E+00	0.936782801	8.30E-01	0.178092308	0.177348469



427

428